Ergebnispapier der Gruppe Quergelesen

Wir haben im 1.Block mehrere philosophische Texte aus verschiedenen Epochen diskutiert. Texte von Platon, Aristoteles, Kant und Wittgenstein behandelten die Frage nach dem Wesen der Mathematik, der Text über den Logizismus der Wiener Gruppe und der über die Verknüpfung des Kant´schen Ansatzes mit deutsch- völkischen Ideen zeigen wie daraus eine Sicht auf die Mathematik abgeleitet wurde, die insbesondere im Formalismusstreit ihren Kristallisationspunkt fand.

Platons Ideenlehre[1]

500 Jahre v.u.Z. prägten die Pythagoreer die Vorstellung, dass die ganze Natur, also das sinnlich erfahrbare, sich aus Zahlen konstituiert; der Ausspruch „Alles ist Zahl“ ist von ihnen überliefert.
Platon stellte dieser Vorstellung seine Ideen- Lehre gegenüber. Ausgehend von dem „panta rhei“ Heraklits, folgert Platon, dass man über das sinnlich Erfahrbare nichts allgemeingültiges aussagen könne, da es sich ständig verändert. Er prägt deshalb die Ideen, als das „in Begriffen Erfaßbare“. Wohingegen das sinnlich Erfassbare nur durch diese seine Benennung erhält, indem es an der Idee von etwas teilhat. So ist der sinnlich erfahrbare Baum nur dadurch, dass er an der Idee des Baumes teilnimmt, ein Baum.
Ein wichtiger Grund für die Entwicklung dieser Lehre war der Einfluss Sokrates. In dem dialektischen Vorgehen Sokrates, also dem Beweisen und Überzeugen durch den Austausch von Thesen und deren Vollendung in der Synthese, ist die Notwendigkeit einer Abstraktion von den konkreten Objekten angelegt. Denn wissenschaftliche Aussagen bedürfen der Allgemeingültigkeit.
Für Platon gab es aber nicht nur das sinnlich Erfahrbare und die Ideen, sondern auch die mathematischen Objekte als Mittleres zwischen den sinnlichen Dingen und den Ideen. Von dem Sinnlichen unterscheiden sie sich dadurch, dass sie ewig und unbeweglich sind, von den Ideen, dass sie alle in einer beliebigen Anzahl gleichartiger Exemplare existieren, wärend „die Idee als solche ein schlechthin Einheitliches für sich“ ist.

Mathematische Anschauung bei Platon[2]

Dieses Denken schlägt sich z.B. in der Frage nach dem Wesen der Mathematik nieder: So lässt Platon Sokrates das praktische Vorgehen in der Geometrie und Arithmetik kritisieren: Er verwirft die Versuche der Anschaubarmachung von geometrischen Objekten, obwohl es für diese keine Anschauung geben kann (eine Gerade hat keine Breite und ist folgerichtig auch nicht zeichenbar): „Denn das Quadrat an sich ist es und die Diagonale an sich, um derentwillen sie ihre Erörterungen anstellen, nicht aber dasjenige, welches sie durch Zeichnung entwerfen“.
Indem sie sich der Anschauung bedienen versuchen sie zu erkennen, „was niemand auf andere Weise erkennen kann als durch den denkenden Verstand“ und gehen damit nicht auf den Anfang zurück, sondern setzen mathematische Objekte, wie Figuren, das Ungerade und das Grade und die Winkel voraus und nehmen sie als Grundlage für ihre Beweise, da „es ja für jeden von selbst einleuchtend sei“.

---

[1] Platon und Aristoteles über die Mathematischen Gegenstände und das Unendliche in: Thiel, Christian (hg.) (1982): Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik. Hildesheim. S. 19-20.

[2] Becker, Oskar (1964): Platon über das Wesen der Mathematik. in: Becker, Oskar: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung. Freiburg, München. S. 95-96.

Mathematische Anschauung bei Kant [3]

Kant nimmt zu der Frage der Anschauung die komplett antagonistische Position ein. Er stellte die Behauptung auf, dass „Mathematische Urteile insgesamt synthetisch sind“, also nur durch die Erfahrung der Welt und nicht durch reinen Verstand, wie Platon es vertrat, bildbar sind. Er begründet dies mit der Definition der geraden Linie als die kürzeste zwischen zwei Punkten. Diese Definition wirkt auf den ersten Blick analytisch, also aus sich selbst heraus verstehbar, nach Kant ist sie aber synthetisch, da der Begriff der „kürzesten“ nicht aus dem Begriff des Geraden ableitbar ist, da dieser nichts über Größe aussagt. Das Begreifen dieser Definition bedarf also der Anschauung, dem Wissen darüber, was mit „kürzesten“ gemeint ist.

Der logizistische Ansatz[4]

Anfang des 20. Jahrhunderts versuchen Mathematiker um Gottlob Frege und Bertrand Russel die Mathematik auf die Logik zurückzuführen, also zu beweisen, dass die Mathematik aus Axiomen der Logik abgeleitet werden kann. Die direkte Konsequenz wäre, dass die Sätze der Mathematik analytisch sind, da sie aus sich heraus, ohne Kenntis der Welt, verstehbar sind. Allerdings scheiterten sie mit ihrem Versuch mehrfach und Kurt Goedel zeigte 1931 mit seinem Unvollständigkeitssatz, dass dieser Ansatz auch nicht erfolgreich sein kann.

Die politische Dimension des Formalismusstreits[5]

Über die Frage des Formalismus in der Mathematik bricht ein Grundlagenstreit aus. Wärend die einen die Mathematik so formal definieren wollen, dass sie aus der Logik abgeleitet werden kann, wollen sich die anderen auf die reine Anschauung in Kant´scher Tradition zurückziehen. Diese Frage bleibt allerdings keine rein methodische, sondern wird auch eine politische. Die Fähigkeit zur Anschauung wird von deutschen Mathematikern um Bieberbach und Klein als dem nordisch, deutschen Mathematiker angeboren postuliert. Wohingegen sie in dem Formalismus eine „jüdische Spezialität“ sehen. Es gelingt ihnen allerdings, auch nach 1933, nicht, diese Haltung in der (übriggebliebenen) deutschen Mathematiker- Szene durchzusetzen.

Allerdings dient ihre Theorie als „akademisierte Rechtfertigung“ für die massenhafte Entlassung und Vertreibung von jüdischen Wissenschaftlern: So verknüpft Bieberbach den Formalismusstreit mit einem antisemitischen Vernichtungswunsch:

„Der politische 'Instinkt' für das Eigene und das Fremde, mit dem ein Ende zu machen ist, verknüpft sich eng mit der Unmittelbarkeit der 'Anschauung' als Begründung des Wahren in der Mathematik.“[6]

---

[3] Kant, Immanuel (1781,1787): Auszug aus der Kritik der reinen Vernunft. in: Thiel, Christian (hg.) (1982): Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik. Hildesheim. S. 50-53.

[4] Heintz, Bettina (2000): Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin. Wien. S. 62-65.

[5] Mehrtens, Herbert (1990): Moderne – Sprache – Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts. Frankfurt (Main). S. 308-315.

[6] Bieberbach, Ludwig: Persönlichkeitsstruktur und mathematisches Schaffen. Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 40(1934), S. 236-243; hier S. 241. Zitiert nach a.a.O.

Die Anschauung bei Wittgenstein[7]

Wittgenstein geht in seiner Vorlesung über die Grundlagen der Mathematik auf den Unterschied zwischen den mathematischen Begriffen und der Anschauung dieser außerhalb der Mathematik ein. Sowie darauf, dass die Semantik von mathematischen Begriffen nur über die Anschauung möglich ist. Er führt dafür die Zahl 3 an, die sowohl die Anzahl von Äpfeln als auch „die Anzahl der Wurzeln einer bestimmten Gleichung“ darstellt, aber ohne die Kenntnis der Nutzung der Zahl 3 außerhalb der Mathematik würden wir „keine Vorstellung von ihrem Gebrauch erhalten“, wenn wir sie nur in dem Kontext einer Gleichung sehen würden.
Für den Unterschied des Gebrauchs der mathematischen Begriffe innerhalb und außerhalb der Mathematik führt er das Beispiel $\aleph_0$ an und die gängige Assoziation, dass es sich bei etwas Unendlichem um etwas großes handeln muss: Die Aussage: ein elfjähriges Kind beherrscht $\aleph_0$ viele Multiplikationen suggeriert, dass da etwas Riesengroßes dran ist, da es unendlich viele sind, obwohl das Kind „damit nichts Riesengroßes“ gelernt hat.

[7] Wittgenstein, Ludwig Josef Johann (1939): Aus Wittgensteins Vorlesungen über die Grundlagen der Mathematik. in: Thiel, Christian (hg.) (1982): Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik. Hildesheim. S. 284-287.